

一种基于冗余自由度的机器人姿态优化方法*

焦嘉琛¹, 田威¹, 石章虎², 邱燕平³, 孟华林², 廖文和¹, 张霖¹

(1. 南京航空航天大学机电学院, 南京 210016;

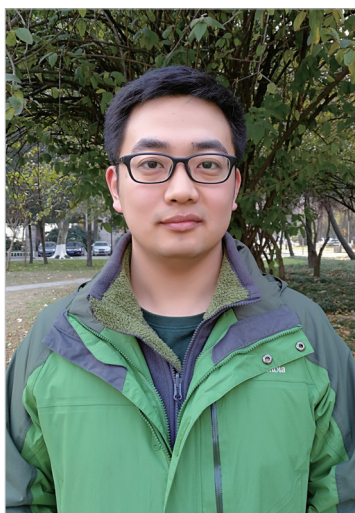
2. 北京卫星制造厂, 北京 100080;

3. 航空工业江西洪都航空工业集团有限责任公司, 南昌 330024)

[摘要] 工业机器人由于高柔性、高自动化以及低成本的优势, 广泛应用于制造装配领域。然而, 较低的刚度对机器人的加工精度与质量产生较大的影响。在关节极限约束下建立奇异性性能测量模型, 并基于机器人静刚度模型提出一种机器人综合刚度性能评估方法, 最终提出一种基于冗余自由度的6轴串联机器人姿态离线优化方法, 在尽量远离关节极限姿态与奇异姿态的条件下, 得到机器人最优刚度加工姿态。试验验证表明, 这种姿态优化方法可以有效提升机器人的运动性能与加工质量。

关键词: 工业机器人; 冗余自由度; 奇异姿态避免; 关节极限姿态避免; 刚度性能

DOI: 10.16080/j.issn1671-833x.2018.04.016



焦嘉琛

博士研究生, 主要从事飞机自动钻铆技术、机器人离线编程技术和机器人本体刚度性能优化技术等方向的研究, 参与国家自然科学基金、工信部04重大专项、航空工业创新基金等若干科研项目。

* 基金项目: 国家自然科学基金项目(51575273)。

工业机器人由于高柔性、高自动化、低成本以及良好的人机协同的优势越来越多地运用到工业制造领域。由于6轴串联机器人的连杆结构固有属性导致机器人绝对定位精度与刚度较低, 较大地限制了工业机器人在高精制造装配领域的推广与应用^[1-3]。

工业机器人的弱刚性结构一方面会降低定位精度, 另一方面也会对加工质量与稳定性产生不利影响。机器人的末端的笛卡尔刚度由机器人关节刚度、机器人姿态以及末端执行器的刚度决定, 假设末端执行器的刚度和机器人关节刚度对一台机器人是定值, 机器人姿态对机器人刚度性能起到决定性作用。Chen等^[4]研究了关节空间与笛卡尔空间的刚度矩阵, 并指出末端刚度与机器人的姿态直接相关; 在此基础上Dumas等^[5]研究了机器人运动学特性并提出了6轴串联机器人关节辨识方法, 实现

了各关节柔度系数的获取; Tyapin等^[6]也提出了一种高效、强鲁棒性的6轴机器人关节刚度辨识方法。

6轴工业机器人存在一个冗余自由度, 机器人执行钻铆任务过程中每一个加工位置理论上都存在无限个可达姿态, Zargarbashi等^[7]的研究表明, 冗余自由度机器人的一系列可达姿态中必然存在一个刚度最优姿态。最大程度上利用这个冗余自由度优化关节姿态来保障与提高钻铆加工质量是本文要解决的核心问题。

本文以KUKA KR500机器人为例, 首先建立了运动学模型, 并分析了机器人结构的灵巧性, 提出一个运动学性能指标以实现机器人运动的奇异性位姿与关节极限位姿避免; 其次, 在传统刚度映射模型的基础上, 建立机器人静刚度模型并辨识关节刚度, 提出基于刚度椭球的钻铆加工轴向刚度评价指标; 又提出一种

在保证运动灵巧性基础上优化加工轴向刚度的机器人姿态综合优化方法；最后通过加工试验优化前后加工质量对比，验证优化方法的有效性。

机器人运动学性能分析

按照 Denavit-Hartenberg 方法建立 KUKA KR500 机器人的运动学模型^[8]，如图 1 所示，并确定连杆参数，如表 1 所示。表 1 中， α_{i-1} 为连杆 $i-1$ 的扭角； d_i 表示两连杆间的偏置； θ_i 表示两连杆间的关节角； l_{i-1} 为连杆 $i-1$ 的长度；Min 表示关节转角最小值，Max 表示关节转角最大值。

1 机器人灵巧性分析

KUKA 机器人是 6 自由度机器人，雅克比矩阵用来表示机器人笛卡尔空间的操作速度与关速度矢量的线性转换关系，速度反解可以表达为：

$$\dot{q} = J^{-1}(\dot{q})X \quad (1)$$

其中， J 表示雅克比矩阵， \dot{q} 表示机器人关节速度矢量， X 表示笛卡尔空间内的操作速度。

在某些特殊形位雅克比行列式为 0，这些形位即称为奇异形位，通常分为两类：

- (1) 机器人工作空间边界奇异；
- (2) 工作空间内的奇异位姿，两个或多个关节轴线位置重合。

由于近奇异形位雅克比矩阵的病态分布，逆矩阵误差较大，导致机器人运动输入与输出的传递关系失真，所以从机器人操作与精确控制角度出发不仅要避免奇异位姿，更要尽可能地远离奇异位姿。常见的对失真程度评估指标即灵巧性指标包括可操作度与雅克比条件数。

可操作度综合评估机器人各向运动能力，是实现控制器设计、任务规划以及奇异位姿快速复原的有效手段^[9]。由于更小的计算量与更直观的辨识奇异位姿，选择可操作度作为奇异位姿远离程度的量化手段，可操作度 ω 的定义如下：

$$\omega = \sqrt{\det(JJ^T)} \quad (2)$$

2 机器人运动关节极限指标

为实现机器人关节极限姿态的避免，需要同时保证各关节远离各自极限位置，提出通过尽可能使关节转角接近关节转角范围中间位置的关节极限远离的量化指标，如式(3)、(4)所示：

$$H(\theta) = \sum_{i=1}^n \left(\left(\frac{\theta_i - \alpha_i}{\theta_{\max} - \alpha_i} \right)^2 + \left(\frac{\theta_i - \alpha_i}{\theta_{\min} - \alpha_i} \right)^2 \right) \quad (3)$$

$$\alpha_i = \frac{1}{2} (\theta_{\max} + \theta_{\min}) \quad (4)$$

其中， $\theta_{i\max}$ 表示第 i 个关节转角最大值， $\theta_{i\min}$ 表示第 i 个关节转角最小值， θ_i 表示第 i 个关节转角当前值。

3 机器人运动性能评估指标

奇异位姿避免指标的值 ≥ 0 ，当

值为 0 的时候机器人处于奇异位姿；然而，关节极限避免指标当机器人某个关节处于中间位置的时候，该关节的关节极限指标为 0，当处于关节极限位置的时候关节转角极限避免指标为大于 0 的有限正数。两个指标是不可比较的，所以根据同时可以实现奇异位姿和关节极限位姿的原则转换两个指标表述并得到机器人运动性能综合评估指标^[10]：

$$R_{\sin} = \frac{1}{\sqrt{\det(JJ^T)}} \times 10^{11} \quad (5)$$

$$R_{\text{jnt}} = \sum_{i=1}^n \left(\left(\frac{\theta_{i\max} - \theta_{i\min}}{\theta_i - \theta_{\max}} \right)^2 + \left(\frac{\theta_{i\max} - \theta_{i\min}}{\theta_i - \theta_{\min}} \right)^2 \right) \quad (6)$$

$$R_{\text{comb}} = k_1 R_{\sin} + k_2 R_{\text{jnt}} \quad (7)$$

其中， R_{\sin} 、 R_{jnt} 与 R_{comb} 分别为转换后的奇异位姿避免指标、关节极限位姿

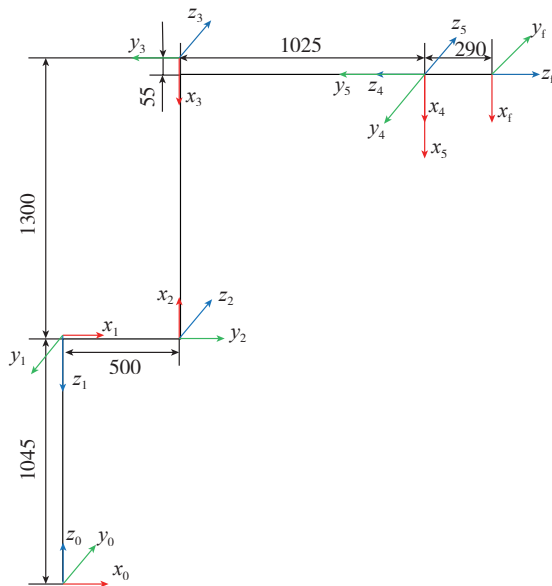


图1 KUKA KR500运动学模型 (单位: mm)

Fig.1 Kinematic model of KUKA KR500

表1 KUKA KR500的连杆参数

序号	$\alpha_{i-1} / (^\circ)$	d_i / mm	$\theta_i / (^\circ)$	l_{i-1} / mm	Min / $(^\circ)$	Max / $(^\circ)$
1	180	-1045	0	0	-185	185
2	90	0	-90	500	-146	0
3	0	0	180	1300	-119	155
4	-90	-1025	0	55	-350	350
5	90	0	0	0	-125	125
6	90	290	0	0	-350	350

避免指标以及机器人运动性能综合评估指标, R_{sin} 中乘以 10^{11} 是为了保证与 R_{int} 数量级的一致性。 k_1 与 k_2 为两个指标的权重, Huo 等^[11] 的研究指出, 奇异位姿避免指标的权重应该高于关节极限避免指标的权重, 取 $k_1=0.6, k_2=0.4$ 。当机器人位姿接近或者达到奇异位姿或者关节极限位姿时, R_{comb} 的值趋向无穷大, 从而实现机器人运动性能的评估与预测。

机器人刚度性能的评价方法

影响机器人刚度性能的因素主要有以下 3 点: (1) 本体材料与机械结构; (2) 驱动与传动结构; (3) 机器人的姿态。对于一台已知型号的机器人, 只有机器人运动姿态可以调整从而实现本体刚度性能优化。这里提出 3 个假设: (1) 末端执行器被看作是刚体, 即所有的误差都是由于机器人本体的刚性导致的; (2) 末端受力引起的弹性误差, 造成机器人位姿的变化; (3) 在加工过程中机器人结构保持稳定。

1 机器人刚度模型

通过传统全等变换, Chen 和 Kao 提出了关节空间与笛卡尔空间的刚度变换关系:

$$K = J^T (K_\theta - K_c) J^{-1} \quad (8)$$

$$K_\theta = \text{diag}(k_{\theta_1}, k_{\theta_2}, k_{\theta_3}, k_{\theta_4}, k_{\theta_5}, k_{\theta_6}) \quad (9)$$

其中, J 为雅克比矩阵, K_θ 为各关节的刚度矩阵, K_c 为补偿刚度矩阵, 根据 Alici 等^[12] 的研究, 补偿刚度矩阵对 K 的影响是微不足道的, 所以式 (9) 可以简化为:

$$K = J^T K_\theta J^{-1} \quad (10)$$

式 (10) 被称为传统静刚度矩阵, 其中雅克比矩阵随着机器人姿态的改变而变化, 所以机器人的姿态对于机器人在笛卡尔空间下的刚度性能有决定性的影响。

2 机器人刚度性能指标

刚度矩阵 K 是一个 6×6 的矩阵, 将刚度矩阵分为 4 个组成部分,

表述如下:

$$\begin{pmatrix} f \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{fd} & K_{f\delta} \\ K_{md} & K_{m\delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ \delta \end{pmatrix} \quad (11)$$

其中, K_{fd} 是力 - 位移刚度矩阵; $K_{f\delta}$ 是力 - 旋转刚度矩阵; K_{md} 是力矩 - 位移刚度矩阵; $K_{m\delta}$ 是力矩 - 旋转刚度矩阵; f 是末端受力矢量; m 是末端力矩矢量; d 是末端移动变形; δ 是末端转动变形。

在加工过程中扭矩对末端执行器位姿的偏移影响较小, 这里主要考虑力矢量与线位移之间的映射关联关系: $f=K_{fd}d$ 。假设力矢量为一个单位力:

$$\|f\|^2 = f^T f = 1 \quad (12)$$

$$d^T K_{fd}^T K_{fd} d = 1 \quad (13)$$

公式 (12)、(13) 描述了一个随着机器人的位姿变化的椭球, 即刚度椭球, 如图 2、3 所示, $K_{fd}^T K_{fd}$ 的特征向量是椭球的 3 个坐标轴, 椭球的 3 个半周长即矩阵 $K_{fd}^T K_{fd}$ 的奇异值分别定义为 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, 有

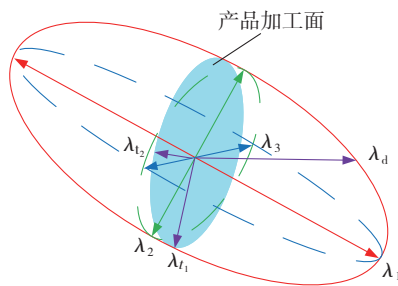


图2 刚度性能椭球
Fig.2 Stiffness performance ellipsoid

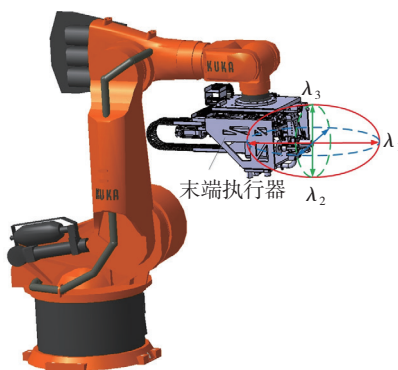


图3 末端执行器TCP位置的刚度椭球
Fig.3 Stiffness ellipsoid in the TCP of end effector

$\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > 0$, 作为最小奇异值的 λ_3 表示了机器人在当下位姿的最小刚度, 其矢量方向为刚度最小方向, 受力最容易发生变形, 可以作为在该姿态下的加工空间内的刚度性能指标, 当处于奇异位姿的时候最小轴的长度为 0, 红色椭圆面为产品加工平面在椭球内的截面, λ_{11} 与 λ_{12} 为椭圆面的长短轴, λ_d 为椭圆面的法线矢量^[13-14]。

考虑到各向刚度性能与某一姿态下的综合刚度性能直接相关, 可以认为全向刚度综合性能指标与椭球的体积 V 正相关。

$$V = \frac{4}{3} \pi \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \frac{4}{3} \pi \det(K_{fd}^T K_{fd}) \quad (14)$$

为了满足与刚度具有相同的数量级以及单位 (mm/N) 的条件, 全向刚度综合性能指标 k_a 可以表示为:

$$k_a = \sqrt{\det(K_{fd}^T K_{fd})} \quad (15)$$

机器人姿态优化方法

由于 6 轴串联机器人具备一个冗余自由度, 理论上对每一个加工目标位置绕加工方向旋转都可以获得一系列可达位姿, 如图 4 所示。因此为了优化机器人的运动学性能与刚度性能, 机器人的姿态优化问题可以看作是一个冗余分解问题。

本文中通过数学优化方法在关节位移空间内对机器人姿态实现冗余分解与优化, 初始的机器人工作目标点位姿由离线编程软件从产品工艺数模提取来提供, 包括目标点位置 P 与方向矢量 N , 如图 4 所示, 末端可以在刀具中心点 (Tool Central Point) 绕加工轴 X 轴方向, 位姿改变的同时不影响加工位置与方向。通过评估一系列加工位姿最终获得同时实现关节极限位姿与奇异位姿避免并最大化机器人刚度性能的最优或较优加工姿态, 优化方法步骤如下:

(1) 在离线编程软件里筛选并采集目标点的初始位姿信息 N 与

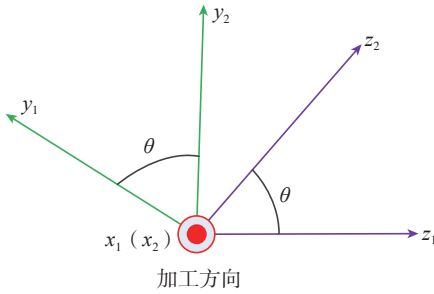


图4 基于冗余自由度的可选末端TCP结构
Fig.4 Candidate TCP frames based on redundant DOF

P , 并通过机器人运动学逆解算法计算出机器人的各初始关节转角^[15], $p_0 = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6]^T$, 根据关节姿态计算初始关节刚度性能指标值 k_0 ;

(2) 定义 $\theta = i \times \Delta\theta$, $\Delta\theta$ 作为样本选择步长, 绕加工轴向旋转一个角度 θ 产生一个新的机器人姿态, 通过逆解算法获取一组新姿态的关节转角 p' ;

(3) 通过计算运动学性能指标分析新姿态是否满足姿态可达性与运动柔顺性, 如果不能满足, 过滤掉该姿态, 评估下一个姿态的运动学性能, 如果满足, 计算该姿态下的刚度性能指标 k_i 并与初始刚度性能指标对比, 保留刚度性能较大位姿作为新的 k_0 ;

(4) 重复执行第 2 步与第 3 步, 最终获得在满足运动学条件下的刚度性能最优加工位姿, 工作流程如图 5 所示。

试验验证

为验证机器人姿态优化方法的有效性, 对 3 个加工位置在加工环境下的机器人姿态进行优化验证。

试验平台主要由一台 KUKA KR500 机器人、一台多功能末端执行器、一组导轨、一座工装组成, 一台 ATI Mini45 的 6 维力传感器安装在工件后用于测量末端执行器受到的力与力矩, 通过在末端执行器上安装 3 个靶标, 使用激光跟踪仪测量加工过程中末端位姿的变化, 如图 6、7 所

示。
结合笛卡尔刚度模型与 Claire Dumas 与 Stephane Caro 提出的试验方法辨识得到机器人的关节刚度, 结合刚度性能评价方法得到刚度性能指标的表达式。

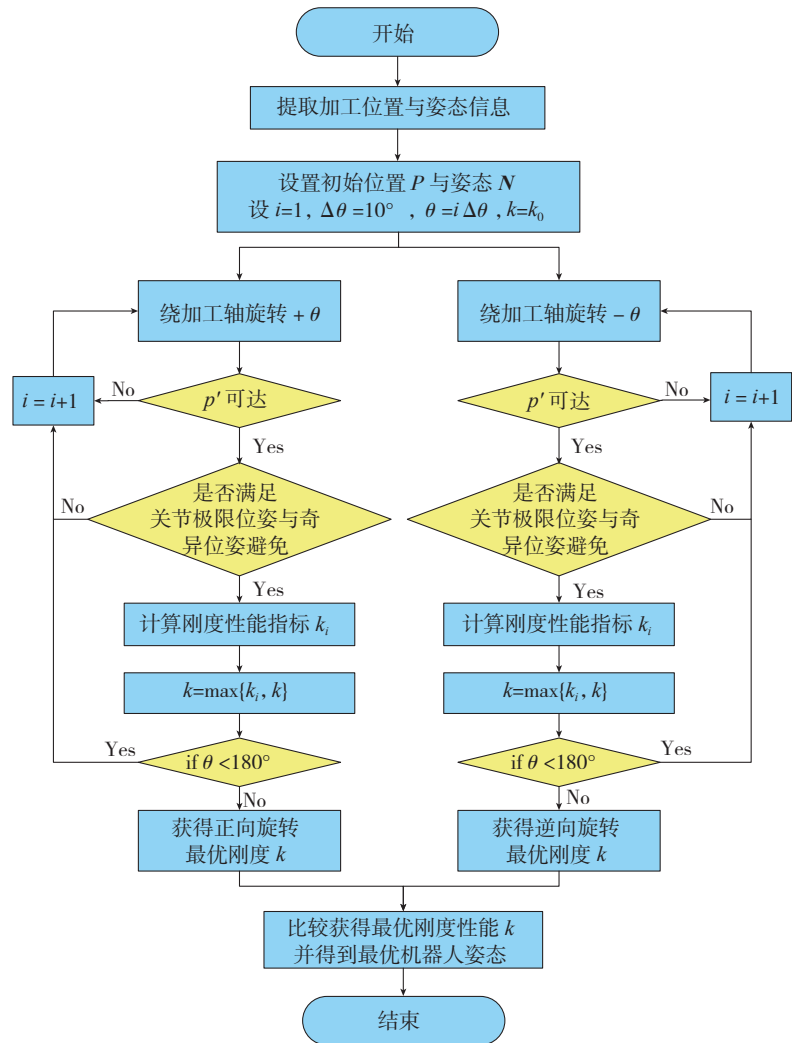


图5 姿态优化流程
Fig.5 Configuration optimization procedure

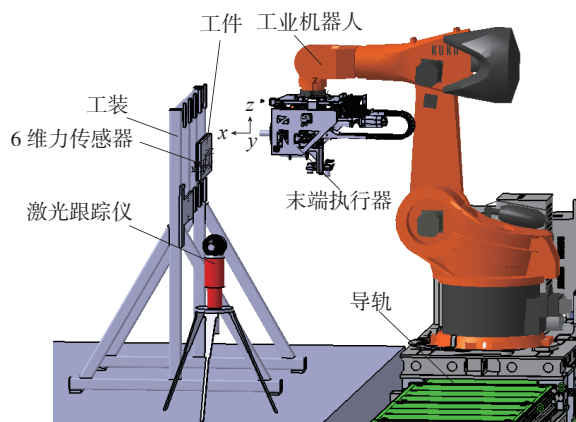


图6 试验系统构成
Fig.6 Consist of experimental system

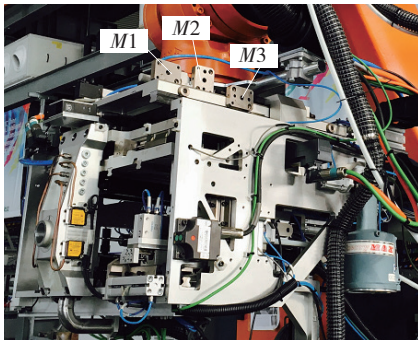


图7 靶标安装位置

Fig.7 Displacement of target spheres

3个加工位置的初始机器人姿态如图8所示,通过机器人姿态优化方法优化结果如图9所示,假设以 10° 为转角步长,3个位置的加工姿态分别绕末端执行器加工轴线方向旋转 -30° 、 -40° 、 -30° ,得到优化姿态优化。理论上越小的转角步长可以得到更精确的优化结果。

优化前后的机器人姿态与刚度性能如表2所示(θ_1 到 θ_6 表示机器人6个关节转角, k_a 表示综合刚性能指标),优化后的机器人刚度性能大幅提高。分别使用3个加工位置优化前后的机器人姿态执行制孔及镗窝任务,评估机器人优化前后姿态的制孔质量,更好的刚度性能理论上可以获得更好加工质量与加工稳定性。

机器人加工姿态优化前后制孔结果如图10所示,可以看出结构优化后的镗窝面的表面更光洁,孔边缘的毛刺高度也低于优化前,同时连续镗窝表面具有良好的一致性,即机器人刚度得到优化后加工效果得到明显提升。

结论

(1)耦合可操作度与关节极限判别方法提出一种机器人综合运动学性能指标,在满足尽可能远离关节极限位姿的条件下保证机器人运动的灵巧性。

(2)基于机器人传统静刚度模型,选取刚度椭球体积作为全向刚度综合性能指标,并通过机器人加工试

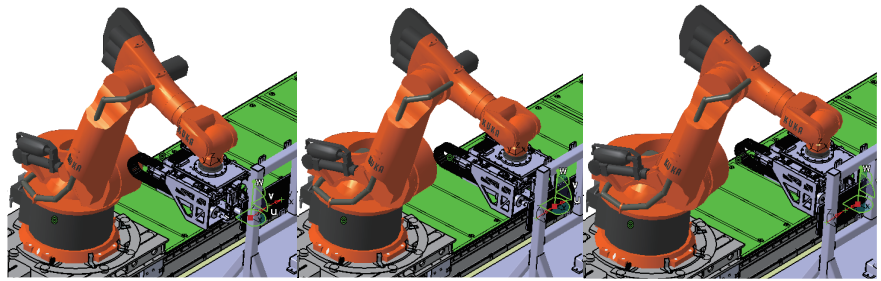


图8 3个位置优化前姿态

Fig.8 Configurations of three position before optimizing

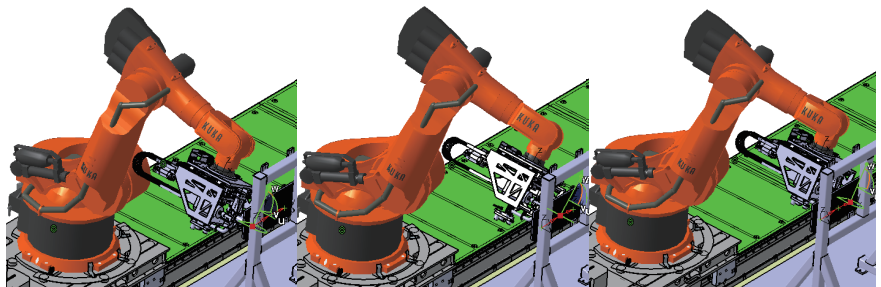


图9 3个位置的优化姿态

Fig.9 Optimal configurations of three position

表2 姿态优化前后的关节转角

	加工位置	$\theta_1/(\circ)$	$\theta_2/(\circ)$	$\theta_3/(\circ)$	$\theta_4/(\circ)$	$\theta_5/(\circ)$	$\theta_6/(\circ)$	$k_a/(\times 10^4 \text{mm} \cdot \text{N}^{-1})$
优化前	位置1	7.550	-72.581	85.716	0.134	77.857	7.521	2.75
	位置2	-1.033	-73.413	85.926	-0.018	78.486	-1.030	2.49
	位置3	-6.858	-72.692	85.984	-0.122	77.702	-6.831	2.72
优化后	位置1	-4.573	-71.482	92.984	40.983	77.252	-16.805	4.73
	位置2	-10.406	-71.341	88.103	29.641	81.43	-16.796	3.79
	位置3	-15.960	-69.250	86.159	28.639	83.891	-21.549	6.50

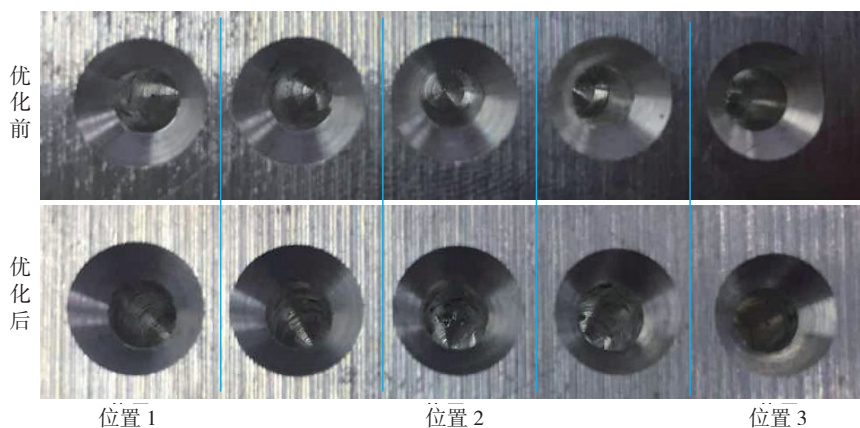


图10 3个位置的制孔情况

Fig.10 Drilling situation of three configurations

验结果验证指标的可靠性。

(3)在运动学性能指标约束下建立一种机器人姿态优化方法,使机

器人工作姿态在远离关节极限位姿和奇异位姿的情况下刚度达到最佳,试验结果证明该优化方法的有效性。

(4) 刚度最优姿态的选取对机器人的加工精度与质量都会有有效地提高, 未来需要对机器人的加工方向的刚度性能与加工工艺结合, 研究两者的关联机理, 并探讨不同姿态的机器人的运动效率, 对机器人在高精加工领域的推广应用具有重要的研究意义与工程应用价值。

参考文献

- [1] 徐方. 发展我国工业机器人产业的思考[J]. 机器人技术与应用, 2010(5): 5-6.
- XU Fang. Thinking on the development of industrial robot industry in China[J]. Robot Technique and Application, 2010(5): 5-6.
- [2] DEVLIG R, FEIKERT E. One-up assembly with robots[C]//In Aerospace Manufacturing and Automated Fastening Conference & Exhibition. North Charleston: SAE International, 2008.
- [3] 樊振中, 熊艳才. 航空先进制造技术的应用及发展趋势[J]. 装备制造技术, 2011(11): 86-88.
- FAN Zhenzhong, XIONG Yancai. The application and development trend of aviation advanced manufacturing technology[J]. Equipment Manufacturing Technology, 2011(11): 86-88.
- [4] CHEN S, KAO I. Conservative congruence transformation for joint and cartesian stiffness matrices of robotic hands and fingers[J]. The International Journal of Robotics Research, 2000, 19(9): 835-847.
- [5] DUMAS C, CARO S, GARNIER S, et al. Joint stiffness identification of six-revolute industrial serial robots[J]. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 2011, 27(4): 881-888.
- [6] TYAPIN I, KALDESTAD K B, Hovland G. Off-line path correction of robotic face milling using static tool force and robot stiffness[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots And Systems (iros). Hamburg: IEEE, 2015: 5506-5511.
- [7] ZARGARBASHI S H H, KHAN W, ANGELES J. The Jacobin condition number as a dexterity index in 6R machining robots[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2012, 28(6): 694-699.
- [8] 熊有伦, 丁汉, 刘恩沧. 机器人学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1993.
- XIONG Youlun, DING Han, LIU Encang. Robotics[M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 1993.
- [9] YOSHIKAWA T. Manipulability of robotic mechanisms[J]. The International Journal of Robotics Research, 1985, 4(2): 3-9.
- [10] ZHU W D, QU W W, CAO L H, et al. An off-line programming system for robotic drilling in aerospace manufacturing[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 68(9-12): 2535-2545.
- [11] HUO L, BARON L. The self-adaptation of weights for joint limits and singularity avoidances of functionally redundant robotictask[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2011, 27(2): 367-376.
- [12] ALICI G, SHIRINZADEH B. Enhanced stiffness modeling, identification and characterization for robot manipulators[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 21(4): 554-564.
- [13] BU Y, LIAO W H, TIAN W, et al. Stiffness analysis and optimization in robotic drilling application[J]. Precision Engineering, 2017.
- [14] 曲巍巍, 侯鹏辉, 杨根军, 等. 机器人加工系统刚度性能优化研究[J]. 航空学报, 2013, 34(12): 2823-2832.
- QU Weiwei, HOU Penghui, YANG Genjun et al. Optimization of rigidity performance of robot machining system[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(12): 2823-2832.
- [15] PAUL R, SHIMANO B. Kinematic control equations for simple manipulators[J]. System, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on, 2007, 11(6): 1398-1406.

通讯作者: 田威, 博士、教授, 研究方向为飞机自动化柔性装配技术, E-mail: tw_nj@nuaa.edu.cn。

A Robotic Configuration Optimization Method Based on Redundancy Freedom

JIAO Jiachen¹, TIAN Wei¹, SHI Zhanghu², QIU Yanping³, MENG Hualin², LIAO Wenhe¹, ZHANG Lin¹

(1. College of Mechanical and Electronic Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,

Nanjing 210016, China;

2. Beijing Satellite Manufacturing Plant, Beijing 100080, China;

3. AVIC Jiangxi Hongdu Aviation Industry (Group) Co., Ltd., Nanchang 330024, China)

[ABSTRACT] Industrial robots have been widely used in machining applications due to its high flexibility, high automation level and lowcost. However, the relatively low stiffness of robots seriously influences their machining accuracy and quality. This paper built a singularity measurement model of the robot posture under the constraint of joint-limits. Based on the robotic static stiffness model, a comprehensive robotic stiffness performance evaluation method was proposed. Finally, on the basis of redundant degree of freedom, an off-line machining configuration optimization method of six-revolute serial robots was addressed, which far away from singularity and joint-limits meanwhile achieved the optimum stiffness. The method could improve robotic kinematics performance and machining quality effectively through machining experiment.

Keywords: Industrial robot; Redundant degree of freedom; Singularity avoidance; Joint-limits avoidance;

Stiffness performance

(责编 铃兰)